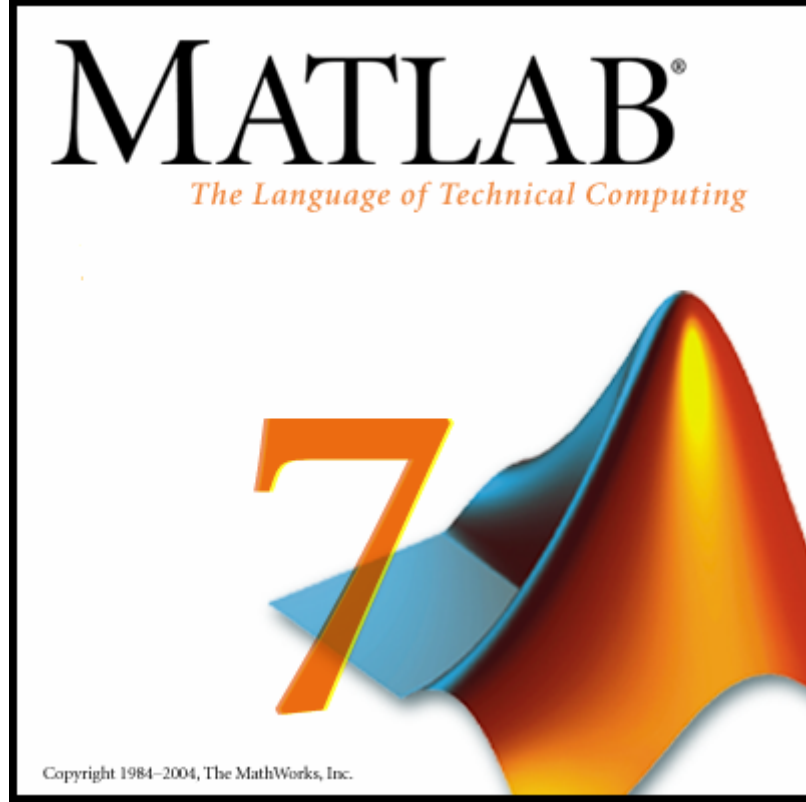


CORS-TR
Eğitim Seminerleri Serisi :
MATLAB'e Giriş



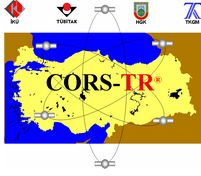
Ders 2 : MATLAB ile Matris İşlemleri

Kapsam

Vektörlerin ve matrislerin tanıtılması

Vektör ve matris operasyonları

Lineer denklem takımlarının çözümü



CORS-TR Eğitim Seminerleri Serisi : MATLAB'e Giriş



Vektörler

Vektörler tek boyutlu sayı dizileridir. Elemanlarının sıralanma yönlerine göre sütun veya satır vektörü adlarını alırlar. Aşağıdaki A sıra vektörünü Matlab'e tanıtalım.

$$A = \{2 \quad 4 \quad 5 \quad 7\}$$

$$A = [2 \quad 4 \quad 5 \quad 7]; \text{ veya } A = [2, 4, 5, 7];$$

Şimdi de bir sütun vektörü Matlab'e tanıtalım. Matlab'de yeni bir satıra geçildiğini anlatmak için matris elemanları arasına (;) yerleştirilir.

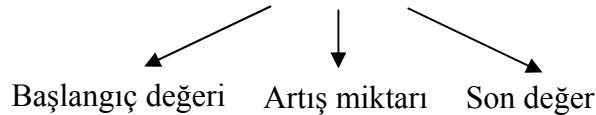
$$B = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 6 \end{Bmatrix}$$

$$B = [1; 2; 4; 6];$$

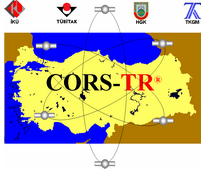
A ve B vektörlerinin boyutları oldukça küçük olduğu için bu tanıtlım işlemleri değişkenler editörü vasıtasıyla da yapılabilirdi. Ancak vektör boyutları büyüdükçe, manuel olarak tanıtlım işlemi oldukça zorlaşmaktadır. Özellikle belli bir artıma sahip vektörlerin oluşturulmasında (:) operatörü kullanılmaktadır. Elemanları -12'den başlayıp 2'şer artarak 150'ye kadar devam C satır vektörünü oluşturalım.

$$C = \{-12 \quad -10 \quad -8 \quad \dots \quad 144 \quad 146 \quad 148 \quad 150\}$$

$$C = [-12:2:150];$$



Benzer şekilde, elemanları 1200'den başlayan ve 10'ar inerek -1200'de biten bir D kolon vektörü oluşturalım.



CORS-TR Eğitim Seminerleri Serisi : MATLAB'e Giriş



$$D = \begin{bmatrix} 1200 \\ 1190 \\ \vdots \\ -1190 \\ -1200 \end{bmatrix}$$

$$D = [1200:-10:-1200]'$$

D kolon vektörünün oluşturulması için önce bir satır vektörü oluşturulmuş ve daha sonra (') operatörü vasıtasıyla transpozesi (devriği) alınmıştır.

Bir vektörün boyutu veya eleman sayısı length veya size komutu ile öğrenilebilir.

Örnek olarak C vektörünün eleman sayısı :

```
>> length(C)
```

```
ans =
```

```
82
```

```
>> size(C)
```

```
ans =
```

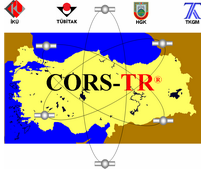
```
1 82 —→ Sütun Sayısı  
↓  
Satır Sayısı
```

Vektör indisleri

Bir vektörün elemanlarına atılan değer değişkenler editörü veya eleman adresi vasıtasıyla değiştirilebilir. Vektör indisleri 1 den başlamaktadır. Satır vektörlerde ilk eleman soldaki eleman, sütun vektörlerde ise en üstteki elemandır. Örnek olarak, A vektörünün 3. elemanını 27 ile değiştirelim.

$$A(3) = 27$$

Benzer şekilde A vektörünün 2. elemanını silelim. Vektörün elemanına [] değeri atandığında eleman silinir.



CORS-TR Eğitim Seminerleri Serisi : MATLAB'e Giriş



A =

2 4 27 7

>> A(2) = []

A =

2 27 7

Atanacak eleman adresi eleman sayısından fazla ise aradaki elemanlara otomatik olarak 0 değeri atanır. Örnek olarak 3 elemanlı A vektöründe aşağıdaki atama operasyonunu gerçekleştirelim.

>> A(9) = 12

A =

2 27 7 0 0 0 0 0 12

Bir vektörün son elemanına end komutu ile ulaşılabilir.

A(end)=

12

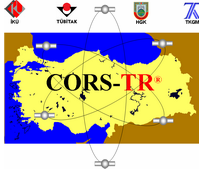
Vektör İşlemleri

Skalerlerle ile 4 işlem vektörün her elemanına uygulanır.

A = A+3

A =

5 30 10 3 3 3 3 3 15



CORS-TR Eğitim Seminerleri Serisi : MATLAB'e Giriş



Benzer şekilde,

$$B = B * 2$$

$$B =$$

2

4

8

12

Vektörler arasında yapılacak işlemler lineer cebir kurallarını sağlamak durumundadır.

Örnek olarak, iki vektörün birbiriyle çarpılabilmesi için ilk vektörün sütun sayısı ile ikinci vektörün satır sayısı birbirine eşit olmalıdır.

Vektörlerde eleman elemana işlemler (.) operatörü ile gerçekleştirilir.

Eleman elemana operasyonlar

. * Eleman elemana çarpma

. / Eleman elemana bölme

. ^ Eleman elemana üst alma

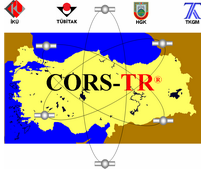
Yeni bir vektörün oluşturulmasında hafızadaki vektörlerden istifade edilebilir.

$$A = [2 \ 4 \ 5 \ 7];$$

$$AAA = [A \ A \ A]$$

$$AAA =$$

2 4 5 7 2 4 5 7 2 4 5 7



CORS-TR Eğitim Seminerleri Serisi : MATLAB'e Giriş



Benzer şekilde hafızadaki bir vektörün parçalarından da yeni vektörler oluşturulabilir.

$A = \text{AAA}(1:4)$

$A =$

2 4 5 7

Özel Vektör Yapıları

$\text{zeros}(1,n)$: Tüm elemanları sıfır olan n elemanlı satır vektör.

$\text{zeros}(n,1)$: Tüm elemanları sıfır olan n elemanlı sütun vektör.

$\text{ones}(1,n)$: Tüm elemanları bir olan n elemanlı satır vektör.

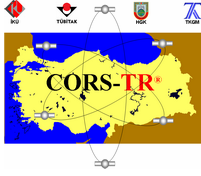
$\text{ones}(n,1)$: Tüm elemanları bir olan n elemanlı sütun vektör.

$\text{rand}(1,n)$: Elemanları 0 ile 1 arasından rastgele seçilmiş n elemanlı satır vektör.

$\text{rand}(n,1)$: Elemanları 0 ile 1 arasından rastgele seçilmiş n elemanlı sütun vektör.

$\text{randn}(1,n)$: Ortalaması 0 ve standart sapması 1 olan normal dağılımlı elemanlardan oluşan n elemanlı sütun vektör.

$\text{randn}(n,1)$: Ortalaması 0 ve standart sapması 1 olan normal dağılımlı elemanlardan oluşan n elemanlı sütun vektör.



CORS-TR Eğitim Seminerleri Serisi : MATLAB'e Giriş



Veri Analizi Fonksiyonları

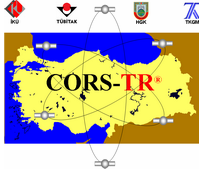
mean()	Ortalama
median()	Orta değer
std()	Standart sapma
max()	Vektörün maksimum değeri
min()	Vektörün minimum değeri
var()	Varyans
sum()	Elemanların toplamı
prod()	Elemanların çarpımı
sort()	Elemanları büyüklüğe göre sıralama
flipud()	Sıralamayı yukarıdan aşağıya değiştirme
fliplr()	Sıralamayı soldan sağa değiştirme

Hatırlatma

Ortalama Standart Sapma Varyans

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \quad s = \left(\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Medyan : Büyüklüğe göre sıralanmış bir dizinin (n+1)/2. elemanı.



CORS-TR Eğitim Seminerleri Serisi : MATLAB'e Giriş



Matrisler

Matrisler iki boyutlu sayı dizileridir. m satır ve n sütundan oluşan bir A matrisi ele alınırsa a_{ij} , matrisin i. satır ve j. sütununda yer alan elemandır.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ a_{m1} & \cdots & & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Örnek olarak 4 hafta boyunca toplanan günlük maximum sıcaklıkları içeren HighTemp adlı matrisi ele alalım.

$$\text{HighTemp} = \begin{bmatrix} 25 & 32 & 33 & 37 & 43 & 45 & 41 \\ 42 & 43 & 45 & 46 & 48 & 41 & 39 \\ 39 & 41 & 43 & 47 & 48 & 48 & 47 \\ 50 & 49 & 45 & 48 & 48 & 51 & 53 \end{bmatrix}$$

İkinci haftanın üçüncü günündeki en yüksek sıcaklığı bulmak istersek;

HighTemp(2,3) =

45

Matris İşlemleri

Matris işlemlerinin anlatımında aşağıdaki matrisler kullanılacaktır.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

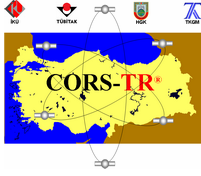
$$A = [1 \ 4; \ 2 \ 3];$$

$$B = [1 \ 4; \ 2 \ 3];$$

$$C = [0 \ 3; \ 1 \ 2]$$

Toplama ve Çıkarma: Aynı boyutlardaki matrislerde toplama ve çıkarma işlemi uygulanabilir. Örnek olarak, A ve C matrislerini toplayıp D değişkenine atayalım.

$$(d_{ij} = a_{ij} + c_{ij})$$



CORS-TR Eğitim Seminerleri Serisi : MATLAB'e Giriş



$$D = A + C = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$D = A + C$$

Transpozisyon : Bir matrisin transpozesi veya devriği, satır ve sütunların yer değiştirilmesi ile elde edilir. Örnek olarak, A matrisinin transpozisini alıp D değişkenine atayalım. ($d_{ij}=a_{ji}$)

$$D = A' = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$D = A'$$

Skalerler ile 4 işlem : Skalerler ile 4 işlem yapılması durumunda matrisin her elemanı sırayla işleme girer ve aynı boyutta bir değişkene atılır. Yalnızca bölme işleminde dikkat edilmesi gereken bir uygulama vardır. Bir matris bir skalere bölünmesi durumunda elemanların hepsi o skalere bölünmektedir. Ancak bir skalerin bir matrise bölünmesi işlemi hata ile sonuçlanmaktadır. Örnek olarak D matrisini 2 ile çarpalım.

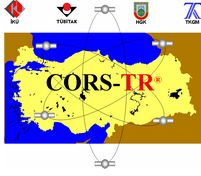
$$(d_{ij}=2 \cdot a_{ij})$$

$$D = 2 \cdot A = \begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$D = 2 * A$$

İki matrisin çarpımı : İki matrisin çarpılabilmesi için ilk matrisin sütun sayısı ile ikinci matrisin satır sayısının birbirine eşit olması gerekmektedir. Elde edilen matris, ilk matrisin satır sayısı ile ikinci matrisin sütun sayısı boyutlarında olacaktır. Örnek olarak A ve C matrislerini toplayalım ve D değişkenine atayalım.

$$d_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \cdot c_{kj}$$



CORS-TR
Eğitim Seminerleri Serisi :
MATLAB'e Giriş



$$D = A \cdot C = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot 0 + 4 \cdot 1 & 1 \cdot 3 + 4 \cdot 2 \\ 2 \cdot 0 + 3 \cdot 1 & 2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 11 \\ 3 & 12 \end{bmatrix}$$

$$D = A * C$$

Çarpma işleminde matrislerin çarpım sırası değişince sonuç da değişmektedir.

$$E = C \cdot A = \begin{bmatrix} 6 & 9 \\ 5 & 10 \end{bmatrix}$$

$$E = C * A$$

Determinant : Satır ve sütun sayısı aynı olan bir A matrisinin determinantı aşağıda tanımlanmıştır.

$$|A| = \sum_{k=1}^n a_{ik} C_{ik}, \quad i = 1, \dots, n$$

Bu ifadede C_{ik} , a_{ik} nın kofaktörüdür.

$$C_{ik} = (-1)^{i+k} M_{ik}$$

M_{ik} ise a_{ik} nın minörüdür. M_{ik} , A matrisinin i. satır ve k. sütunun silinmesinden sonra elde edilen matrisin determinantıdır.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Yukarıda verilen 3x3 boyutlu kare A matrisi için M_{33} ü hesaplayalım.

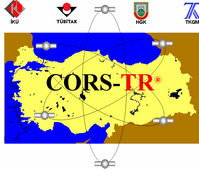
$$M_{33} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$$

Matris boyutları büyüdükçe hesaplanmaları oldukça yorucu bir hali almaktadır.

Matlab'de matris determinantı det fonksiyonuyla hesaplanmaktadır.

Örnek olarak;

$$\det(A) =$$



CORS-TR Eğitim Seminerleri Serisi : MATLAB'e Giriş



Matris İnversi: Matrisin kendisiyle çarpılması sonucu birim matrisi veren matrise, matrisin inversi veya tersi adı verilir. Her matrisin inversi bulunmamaktadır.

Matris inversi aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır.

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{\text{adj}(\mathbf{A})}{|\mathbf{A}|}$$

$$\text{adj}(\mathbf{A}) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1n} \\ C_{21} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \\ C_{n1} & \cdots & & C_{nn} \end{bmatrix}$$

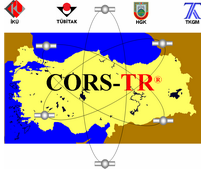
2x2 ve 3x3 boyutlarındaki matrislerin inverslerinin alınması aşağıda gösterilmiştir.

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^{-1} = \frac{\text{adj}(\mathbf{A})}{|\mathbf{A}|} = \frac{\begin{bmatrix} a_{11} & -a_{21} \\ -a_{12} & a_{22} \end{bmatrix}}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} ei - fh & hc - ib & bf - ce \\ gf - di & ai - gc & dc - af \\ dh - ge & gb - ah & ae - db \end{bmatrix}}{|\mathbf{A}|}$$

$$= \frac{\begin{bmatrix} ei - fh & hc - ib & bf - ce \\ gf - di & ai - gc & dc - af \\ dh - ge & gb - ah & ae - db \end{bmatrix}}{aei + bfg + odh - gec - hfa - icb}$$



CORS-TR Eğitim Seminerleri Serisi : MATLAB'e Giriş



Matlab'de matris inversi `inv( )` fonksiyonu ile alınmaktadır.

Örnek olarak A matrisinin inversini alalım;

```
Ainv = inv(A);
```

```
Ainv =
```

```
    -0.6    0.8  
    0.4   -0.2
```

Şimdi de sonucun doğruluğunu kontrol edelim.

```
>> A * Ainv
```

```
ans =
```

```
    1    0  
    0    1
```

Sonuç 2x2 boyutlu bir birim matristir. Birim matrisler oldukça sık kullanılan matrislerdir. Matlabde birim matris oluşturmak için `eye( )` fonksiyonu kullanılır.

```
eye(2)
```

```
ans =
```

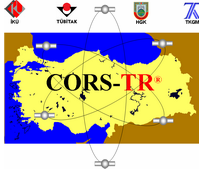
```
    1    0  
    0    1
```

Matris Rankı : Bir matrisin rankı, dolayısıyla bağımsız satır veya sütun sayısı `rank( )` fonksiyonu ile hesaplanabilir.

```
>> rank(A)
```

```
ans =
```

```
    2
```



CORS-TR Eğitim Seminerleri Serisi : MATLAB'e Giriş



Tekillik kontrolü : Bir matrisin tekillik durumu $\text{cond}()$ fonksiyonu ile ölçülebilir.

Cond fonksiyonu birim matrise uygulandığında 1 değerini alır. Tekil bir matriste ise sonsuz değerini alır.

$\text{cond}(\text{eye}(5))$

$= 1$

$S = [1 \ 1; \ 1 \ 1+10^{-6}]$

$\text{cond}(S)$

$= \text{Inf}$

Matris Ayırıştırması : Matrislerin ayırıştırması amacıyla $\text{lu}()$, $\text{qr}()$ ve $\text{svd}()$ fonksiyonları kullanılmaktadır. Matris ayırıştırması özellikle büyük boyutlu matrislerle çalışılması durumunda hafıza kullanımında ve hesap zamanında olumlu sonuçlar verebilmektedir.

Matrisler ile Lineer Denklemlerin Çözümü

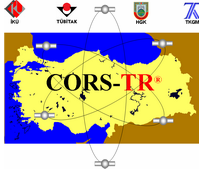
n bilinmeyenli n denklemini ele alalım. Bu denklemlerde a_{ij} ve b_j değerleri bilinen sabitlerdir. x_i ise bilinmeyenler vektörüdür.

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ &\vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n &= b_n \end{aligned}$$

Bu denklemler takımı matris halinde yazılırsa;

$$Ax = B$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & & & \vdots \\ \vdots & & & \\ a_{n1} & \dots & & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$



CORS-TR Eğitim Seminerleri Serisi : MATLAB'e Giriş



Denklemin her iki tarafı A matrisinin (katsayılar matrisi) inversi ile çarpılırsa bilinmeyenler vektörü elde edilebilir.

$$A^{-1}Ax = A^{-1}B$$

$$Ix = A^{-1}B$$

$$x = A^{-1}B$$

Örnek olarak aşağıdaki denklem takımını Matlab ile çözelim.

$$\begin{aligned}2x_1 + 3x_2 - x_3 &= -1 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 9 \\ x_2 + 2x_3 &= 5\end{aligned}$$

Bu denklemleri matris olarak yazarsak;

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} -1 \\ 9 \\ 5 \end{bmatrix}, \quad \text{so } x = A^{-1} \cdot b = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

```
>> A=[2 3 -1;-1 2 3;0 1 2]
```

```
A =
```

```
2    3   -1
```

```
-1    2    3
```

```
0     1    2
```

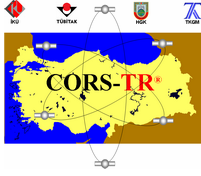
```
>> b=[-1 9 5]'
```

```
b =
```

```
-1
```

```
9
```

```
5
```



CORS-TR Eğitim Seminerleri Serisi : MATLAB'e Giriş



```
>> x=inv(A)*b
```

```
x =
```

```
-1
```

```
1
```

```
2
```

Alternatif olarak Matlab'in içerisinde bulunan \ operatörünü de kullanabiliriz.

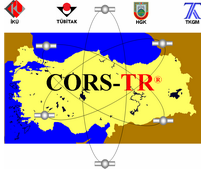
```
x = A\b
```

```
x =
```

```
-1
```

```
1
```

```
2
```

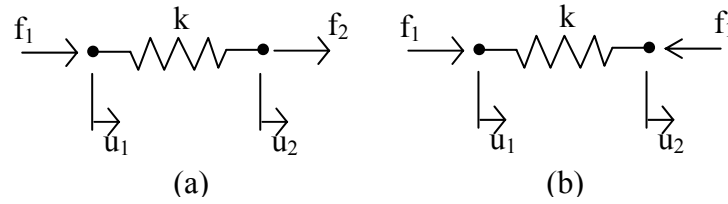


CORS-TR Eğitim Seminerleri Serisi : MATLAB'e Giriş



Uygulama: Doğrusal davranışlı yaylar

Bu uygulamada doğrusal bir yayın denge denklemi matris olarak ifade edilecektir. Bunun için Şekil 2.1.a'da görülen sabit k rijitliğine sahip doğrusal yayı ele alalım. Bu yayın iki ucunun yer değiştirmeleri sırasıyla u_1 ve u_2 ile gösterilmiştir. Benzer şekilde, yayın uçlarına etkiyen eksenel kuvvetler f_1 ve f_2 ile gösterilmiştir. Yerdeğiştirmeler ve eksenel kuvvetler için sağ yön pozitif olarak alınmıştır.



Şekil 2.1. Doğrusal yayda oluşan yer değiştirmeler

Yatayda denge denklemi yazılırsa;

$$\sum F_x = 0: f_1 + f_2 = 0 \quad (2.1)$$

$$f_2 = -f_1 \quad (2.2)$$

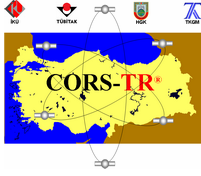
Şekil 2.1.a , (2.2) ifadesi göz önünde tutulurken yeniden çizilirse Şekil 2.1.b elde edilir. Bu şekilde görüldüğü üzere yay f_1 kuvvetleri arasında sıkışmaktadır. Yayın sabit k rijitliği kullanılarak oluşturulan kuvvet-yer değiştirme ilişkisi (2.3) ifadesinde verilmiştir.

$$k(u_1 - u_2) = f_1 \quad (2.3)$$

Yukarıdaki ifade, (2.2) ifadesi kullanılarak yeniden yazılırsa (2.4) ifadesi elde edilir.

$$k(-u_1 + u_2) = f_2 \quad (2.4)$$

(2.3) ve (2.4) ifadeleri kullanılarak yayın matris denkleminin oluşturulması (2.5) ifadesinde gösterilmiştir.



CORS-TR Eğitim Seminerleri Serisi : MATLAB'e Giriş



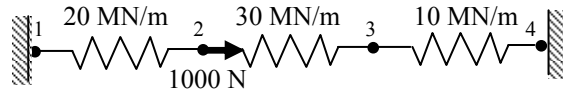
$$ku_1 - ku_2 = f_1 \quad (2.5a)$$

$$-ku_1 + ku_2 = f_2 \quad (2.5b)$$

$$\begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}_{2 \times 2} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix}_{2 \times 1} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{Bmatrix}_{2 \times 1} \quad (2.5c)$$

(2.5c) ifadesinin sol tarafında yer alan 2×2 boyutlu matris, eleman rijitlik matrisi ; sağ tarafında yer alan 2×1 boyutlu vektör ise eleman kuvvetleri vektörü adını almaktadır.

Örnek



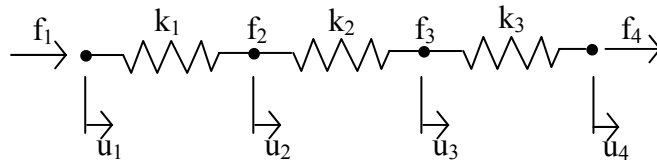
Yukarıda verilen doğrusal yaylardan oluşan sistemde 1 ve 4 noktaları rijit olarak tutturulmuştur ve 2 noktasına 1000 N büyüklüğünde bir yatay yük etmektedir.

Bu durumda;

- 2 ve 3 düğüm noktalarının yer değiştirmelerini
- Mesnet tepkilerini hesaplayınız

Çözüm

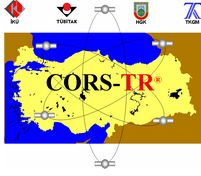
Sistemin serbest cisim diyagramı Şekil 2.1'deki ifade edilirse;



$$u_1 = u_4 = 0 \text{ (Sınır Şartları)}$$

$$k_1 = 20 \times 10^6 \text{ N/m}; k_2 = 30 \times 10^6 \text{ N/m}; k_3 = 20 \times 10^6 \text{ N/m}$$

$$f_2 = 1000 \text{ N}$$



CORS-TR Eğitim Seminerleri Serisi : MATLAB'e Giriş



Denge denklemleri

$$\begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 & 0 \\ -k_1 & (k_1 + k_2) & -k_2 & 0 \\ 0 & -k_2 & (k_2 + k_3) & -k_3 \\ 0 & 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Problem girdileri ve sınır şartları (2.6) ifadesinde yerine koyulursa (2.7) elde edilir.

$$10^6 \begin{bmatrix} 20 & -20 & 0 & 0 \\ -20 & \boxed{50} & \boxed{-30} & 0 \\ 0 & \boxed{-30} & \boxed{40} & -10 \\ 0 & 0 & -10 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \boxed{u_2} \\ \boxed{u_3} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ \boxed{1000} \\ \boxed{0} \\ f_4 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

u_1 ve u_4 tutulduğu için u_2 ve u_3 yer değiştirmelerinin bulunması için yukarıda gri olarak işaretlenen matris takımının çözülmesi yeterlidir.

$$10^6 \begin{bmatrix} 50 & -30 \\ -30 & 40 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1000 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Matlab'de bu denklem takımı çözülürse,

```
>> A = [50 -30; -30 40]*10^6
```

```
A =
```

```
500000000    -300000000
```

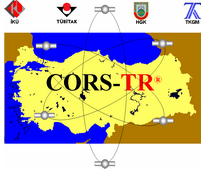
```
-300000000    400000000
```

```
>> b = [1000 0]'
```

```
b =
```

```
1000
```

```
0
```



CORS-TR Eğitim Seminerleri Serisi : MATLAB'e Giriş



```
>> u = A\b
```

```
u =
```

```
3.6364e-005
```

```
2.7273e-005
```

Elde edilen u değerleri yer değiştirme matrisine yerleştirilir ve rijitlik matrisi ile çarpılırsa 1 ve 4 noktalarındaki kuvvetler bulunur.

$$f_1 = -727.3 \text{ N}$$
$$f_4 = -272.7 \text{ N}$$